

平成 28 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は2ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4枚)それぞれに受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、すべて解答用紙の指定箇所に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

- (1) $\triangle ABC$ において, $AB = 3$, $AC = 7$, $\cos A = -\frac{1}{7}$ とし, 辺 BC の中点を D とする. 次を求めなさい.
- (a) BC の長さ
 (b) AD の長さ
- (2) 方程式 $2^{1+x} - 2^{2-x} = 7$ を解きなさい.
- (3) i を虚数単位とする. 複素数 $\frac{1 + \sqrt{2} - (1 - \sqrt{2})i}{1 + \sqrt{2}i}$ の実部と虚部を求めなさい.

[II]

- (1) 平面上の2つのベクトル \vec{a} と \vec{b} について,
- $$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{17}, \quad |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{10}, \quad (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -13$$
- とする.
- (a) $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めなさい.
 (b) t を実数とするととき, $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最小値を求めなさい.
- (2) 1 から 6 までの数を1つずつ書いた6枚の札の中から同時に2枚取り出すとき, 2枚の札の数の小さい方を X とする.
- (a) $X = 2$ となる確率 $P(X = 2)$ を求めなさい.
 (b) X の期待値 (平均) $E(X)$ を求めなさい.

[III]

(1) 関数 $f(x) = (1 + 4\sin^2 x) \cos^3 x$ の区間 $0 \leq x \leq \pi$ における最大値と最小値を求めなさい。また、そのときの x の値を求めなさい。

(2) n は 3 以上の自然数とする。次の不等式を証明しなさい。

$$\frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \cdots + \frac{1}{n^3} < \frac{5}{4} - \frac{1}{2n^2}$$

[IV]

(1) 定積分 $\int_0^\pi e^x \sin x \, dx$ を求めなさい。

(2) 定積分 $\int_0^{2\pi} e^x |\sin x| \, dx$ を求めなさい。

(3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{2n\pi}} \int_0^{2n\pi} e^x |\sin x| \, dx$ を求めなさい。