M―B 2

平成 27 年度入学試験問題

数　　学

（90 分）

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙（マークシート）の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙（マークシート）は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙（マークシート）に記入し，解答用紙（マークシート）の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ンで 46 問あります。**
   解答用紙（マークシート）には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ンの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙（マークシート）に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1)　△ABC は $\angle A = 45^\circ$，$AB = \sqrt{2}$，外接円の半径が $\sqrt{2}$，内心を I とする三角形である．直線 CI と辺 AB の交点を D とし，辺 CA 上の点 E を，直線 DE と辺 BC が平行になるようにとる．△ABC の面積を S，△ADE の面積を S' とすると，$\dfrac{S'}{S} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である．

(2)　$\dfrac{\sqrt{-300}}{\sqrt{3} - \sqrt{-27}} = \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\, i$　（i は虚数単位とする）

(3)　2 次方程式 $x^2 - 2x + 3 = 0$ の 2 つの解を α，β とするとき，
$\dfrac{1}{\alpha^3} + \dfrac{1}{\beta^3} = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である．

(4)　不等式 $\log_2(x+1) + 3\log_8(x-5) + 2\log_{\frac{1}{4}}(3x-11) < 0$ の解は
$\boxed{\text{キ}} < x < \boxed{\text{ク}}$ である．

(5)　$a > 0$ のとき，中心が点 $(1,\ 2,\ a)$，半径が 5 の球面が xy 平面と交わってできる円の半径が 3 であるとき，$a = \boxed{\text{ケ}}$ である．

〔Ⅱ〕

(1) 3 点 A(7, 3), B(5, 2), C(4, 1) に対し，線分 CA を 2 : 1 に内分する点を D，線分 CB を 3 : 1 に内分する点を E とする．線分 AE と線分 BD の交点を P とする．

(a) $\overrightarrow{CP} = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\overrightarrow{CA} + \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\overrightarrow{CB}$ である．

(b) $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CE} = \boxed{\text{セ}}$ である．

(c) △CPE の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である．

(2) 5 個の数字 1， 2， 3， 4， 5 を使って作られる 3 桁の整数を考える．ただし，同じ数字は 2 度以上使わないものとする．

(a) 3 の倍数は $\boxed{\text{チ}}$ 個あり，それらの和は $\boxed{\text{ツ}} \times 100 + \boxed{\text{テ}}$ である．ただし，$\boxed{\text{テ}}$ は 100 未満の正の整数とする．

(b) 4 の倍数は $\boxed{\text{ト}}$ 個あり，12 の倍数は $\boxed{\text{ナ}}$ 個ある．

〔Ⅲ〕 関数 $f(x)$ を $f(x)=\int_0^2 |(t-1)(t-x)|\,dt$ とする.

(1) $f(3)=\boxed{\text{ニ}}$

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ のとき

$$f(x)=\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\left(x^3+\boxed{\text{ノ}}\,x^2+\boxed{\text{ハ}}\,x+\boxed{\text{ヒ}}\right)$$

であり, $f(x)$ の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$, 最大値は $\boxed{\text{ホ}}$ である.

〔Ⅳ〕

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ の初項は負の数 a であり，公差 d は 0 でないとする．この数列の第 20 項は $a_{20} = a + \boxed{\text{マ}}\, d$ である．

a_{11}，a_9，a_{10} の 3 項が，この順番で等比数列になるとき，$d = \dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}\, a$ であり，a_{11}，a_9，a_{10} の公比は $\dfrac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$ である．このとき，$\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，S_n は $n = \boxed{\text{ヤ}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}\, a$ をとる．

(2)

(a) 点 $\mathrm{P}(1,\ -3)$ から曲線 $y = x^2$ に引いた 2 本の接線の傾きは，小さい方から $\boxed{\text{ラ}}$，$\boxed{\text{リ}}$ である．

(b) x，y が不等式 $y \geqq x^2$ を満たすとき，$\dfrac{x-1}{y+3}$ のとりうる値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}} \leqq \frac{x-1}{y+3} \leqq \frac{\boxed{\text{ロ}}}{\boxed{\text{ワ}}}$$ である．また，

$\dfrac{3(x-1)^2 + 2(x-1)(y+3)}{(y+3)^2}$ の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ヲ}}}{\boxed{\text{ン}}}$ である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
エ	●	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に57と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
カ	⊖	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ● ⑧ ⑨ ⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。