M—A 2

平成 27 年度入学試験問題

数　　学

(90 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は5ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア〜ルで 41 問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア〜ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア〜ルの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) 945 の正の約数は $\boxed{\ \text{ア}\ }$ 個ある.

(2) 初項 a, 公差 d の等差数列の第 5 項が 5, 初項から第 5 項までの和が -5 のとき, $a = \boxed{\ \text{イ}\ }$, $d = \boxed{\ \text{ウ}\ }$ である.

(3) $x = -1 + i$ を解とする係数が実数の 2 次方程式は,
$x^2 + \boxed{\ \text{エ}\ }x + \boxed{\ \text{オ}\ } = 0$ である. ただし, i は虚数単位とする.

(4) 不等式 $2\log_2(3 - x) > \log_2(3 + x)$ の解は $\boxed{\ \text{カ}\ } < x < \boxed{\ \text{キ}\ }$ である.

(5) 関数 $y = |x^2 + 2x - 3|$ のグラフと直線 $y = 5$ で囲まれた図形の面積を S とすると, $S = \dfrac{\boxed{\ \text{ク}\ }}{\boxed{\ \text{ケ}\ }}$ である.

〔Ⅱ〕

(1)　3点P(1, 0, 0), Q(0, 2, 0), R(0, 0, 1)の定める平面と，中心がS(9, 18, 1)で半径が18の球面が交わってできる円をCとする．円Cの中心をHとすると，$\overrightarrow{\mathrm{SH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{RP}}$, $\overrightarrow{\mathrm{SH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{RQ}}$より

$$\overrightarrow{\mathrm{RH}} = \boxed{\text{コ}}\,\overrightarrow{\mathrm{RP}} + \boxed{\text{サ}}\,\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$$

であり，円Cの半径は$\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$である．

(2)　座標平面を動く点Pがある．点Pは，さいころを投げて出た目の数が1または2のときは原点を中心として90°回転し，3または4のときは原点を中心として180°回転し，5または6のときは原点を中心として270°回転する．最初，点Pの座標は(1, 0)とする．

さいころをn回投げたときに点Pが(1, 0)にある確率をp_nとする．

(a)　$p_2 = \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$, $p_3 = \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$である．

(b)　$\left|p_n - \dfrac{1}{4}\right| < \dfrac{1}{100}$を満たす最小の$n$は$\boxed{\text{ツ}}$である．

〔Ⅲ〕 関数 $y=(\log_2 x)(\log_4 2x)(\log_8 4x)-(\log_2 x+\log_4 2x+\log_8 4x)$ において，

$\log_2 x=t$ とおき，y を t で表すと，

$$y=\frac{1}{\boxed{\text{テ}}}\left(t^3+\boxed{\text{ト}}\,t^2+\boxed{\text{ナ}}\,t+\boxed{\text{ニ}}\right)$$

となる．y の極小値は $\boxed{\text{ヌ}}$，極大値は $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である．

〔Ⅳ〕

(1) (a) $0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲で，2曲線 $y=\sin x$，$y=-\sin 2x$ によって囲まれた図形の面積 S は

$$S=\frac{\boxed{\quad ハ \quad}}{\boxed{\quad ヒ \quad}}$$

である．

(b) $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ の範囲で，2曲線 $y=\sin x$，$y=-\sin 2x$ と直線 $x=\frac{\pi}{2}$ によって囲まれた図形を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V は

$$V=\frac{\pi}{16}\left(\boxed{\quad フ \quad}\pi+\boxed{\quad ヘ \quad}\sqrt{\boxed{\quad ホ \quad}}\right)$$

である．

(2) (a) 無限級数 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+3)}$ の和は $\dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$ である．

(b) 関数 $y = \dfrac{-7x+4}{x+2}$ のグラフ C は，$y = \dfrac{\boxed{\text{ム}}}{x}$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{メ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{モ}}$ だけ平行移動した直角双曲線である．

C と直線 $y = ax + 1$ が異なる 2 つの共有点をもつような定数 a の値の範囲は

$a < \boxed{\text{ヤ}}$，$\boxed{\text{ユ}} < a < \boxed{\text{ヨ}}$，$\boxed{\text{ラ}} < a$

である．

(c) 関数 $y = \sqrt{x}$ のグラフ上の 2 点 P(4, 2) と Q(8, $2\sqrt{2}$) における 2 本の接線の交点を R とするとき，△PQR の面積 S は

$$S = \boxed{\text{リ}} + \boxed{\text{ル}}\sqrt{2}$$

である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。