M—A 2

平成 26 年度入学試験問題

数　　学

(90 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～レで 42 問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～レの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔I〕

(1) $\log_{\frac{1}{5}}\sqrt{3125} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$

(2) $(x + yi)(2 + 3i) = -6 + 17i$ となるのは，$x = \boxed{\text{ウ}}$，

$y = \boxed{\text{エ}}$ のときである．ただし，i は虚数単位とする．

(3) θ が鈍角で，$\sin\theta = \dfrac{1}{3}$ のとき，$\tan\theta = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である．

(4) $x^2 + 3x + 4 = 0$ の 2 つの解を α，β とするとき，α^3，β^3 は

$x^2 + \boxed{\text{ク}}\,x + \boxed{\text{ケ}} = 0$ の解である．

(5) 1，2，3，4，5 の 5 個の数字を 1 列に並べて 5 桁の整数をつくるとき，

この整数が 35000 より大きい確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である．

(6) $\displaystyle\int_0^2 |\,3x^2 - 2x - 1\,|\,dx = \boxed{\text{シ}}$

〔Ⅱ〕

(1) 数直線上の正の部分を動く点Pがある．点Pの座標がxのとき，Pは，硬貨を投げて表が出れば$+\frac{1}{6}x$だけ動き，裏が出れば$-\frac{5}{6}x$だけ動く．最初，点Pの座標は1とする．

(a) 硬貨を2回投げたとき，点Pの座標が$\frac{1}{6}$よりも大きくなる確率は$\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$である．

(b) 硬貨を3回投げたとき，点Pの座標が$\frac{1}{36}$よりも大きくなる確率は$\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$である．

(c) 硬貨を4回投げたときの点Pの座標の期待値は$\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$である．

(2) 直線$l : y=-\frac{1}{2}x$と点P(0，5)について，lと$\overrightarrow{OP}$のなす角をθとし，lに関してPと対称な位置にある点をQとする．

(a) $\sin\theta=\frac{\boxed{テ}}{\sqrt{\boxed{ト}}}$，$PQ=\boxed{ナ}\sqrt{\boxed{ニ}}$

(b) $\overrightarrow{PQ}=k(1, \boxed{ヌ})$と表すと$k=\boxed{ネ}$であり，

$\overrightarrow{OQ}=(\boxed{ノ}, \boxed{ハ})$である．

〔Ⅲ〕

(1) $y=(8^x+8^{-x})-5(4^x+4^{-x})+3(2^x+2^{-x})+10$ とする.

(a) $t=2^x+2^{-x}$ とおくとき, t のとり得る値の範囲は $t \geqq$ $\boxed{\text{ヒ}}$ である. また, y を t を用いて表すと

$$y=t^3+\boxed{\text{フ}}\,t^2+\boxed{\text{ヘ}}\,t+\boxed{\text{ホ}}$$

となる.

(b) y は $x=\pm\log_2\boxed{\text{マ}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ をとる.

(2) 連立不等式

$$y \geqq 0,\ y \leqq 2x+4,\ y \leqq -x+4,\ y \leqq -2x+6$$

の表す領域を D とする.

(a) 直線 l: $3x-y=k$ が D と共有点をもつとき, k の最大値は $\boxed{\text{メ}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{モ}}$ である.

(b) 放物線 $C: y=\dfrac{1}{4}(x-2)^2+m$ が D と共有点をもつとき, m の最大値は $\boxed{\text{ヤ}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{ユ}}$ である.

〔Ⅳ〕 関数$f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$に対し，

$$F(x)=\int_0^{2x}\frac{f'(t)}{f(t)}\,dt \quad (x>0)$$

とすると，$F'(x)=\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}\,x+\boxed{\text{ラ}}}{(2x+1)(4x^2+1)}$である．よって，

$F(x)$は$x=\dfrac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$のとき極大値$\dfrac{1}{2}\log\boxed{\text{レ}}$をとる．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に－5と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に57と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には

$\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。