M—B 1

平成 25 年度入学試験問題

数　学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。

2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。

3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。

4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。

5. **試験問題は、問題記号ア～ルで 41 問あります。**
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ンの範囲内で該当する解答欄に解答してください。

6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。
ただし、問題冊子を開いてはいけません。

7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。

8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に受験番号、氏名を記入するとともに、受験番号をマークしてください。

9. 受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。

10. 筆記用具以外は、使用しないでください。

11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕 (1) 方程式 $x^3+3x^2-6x-16=0$ の 3 つの解を α, β, γ とする．$\alpha+1, \beta+1, \gamma+1$ は方程式 $x^3+\boxed{\text{ア}}x^2+\boxed{\text{イ}}x+\boxed{\text{ウ}}=0$ の解である．$\dfrac{\alpha}{2}, \dfrac{\beta}{2}, \dfrac{\gamma}{2}$ は方程式 $2x^3+\boxed{\text{エ}}x^2+\boxed{\text{オ}}x+\boxed{\text{カ}}=0$ の解である．

(2) 空間における点 $\mathrm{A}(2,1,-2)$, $\mathrm{B}(-1,3,-1)$, $\mathrm{C}(0,2,t)$ と原点 O の 4 つの点が同一平面上にあるとき，$t=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．

(3) 関数 $f(x)=4^x-2^{x+3}+1$ は $x=\boxed{\text{ケ}}$ で最小値 $\boxed{\text{コ}}$ をとる．

(4) 平面上の 2 点 $\mathrm{A}(3,1)$, $\mathrm{B}(4,-2)$ がある．O を原点として $\angle\mathrm{AOB}$ の 2 等分線の方程式は $y=\left(\boxed{\text{サ}}+\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}\right)x$ である．

〔 II 〕 (1) 数列 $\{a_n\}$ は各項が正の数で, $a_1 = 3$ である. この数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする. すべての n について

$$3(S_{n+1} + S_n) = (S_{n+1} - S_n)^2$$

が成り立つとき, $S_2 = \boxed{\text{セ}}$, $S_3 = \boxed{\text{ソ}}$, $S_4 = \boxed{\text{タ}}$ である.

(2) 曲線 $C_1 : y = x^3 - 2x^2 + 1$ と放物線 $C_2 : y = ax^2 + 1$ とがある.

(a) C_1 と C_2 との共有点は $\mathrm{A}(0, 1)$ と $\mathrm{B}(\boxed{\text{チ}}a + \boxed{\text{ツ}},$ $\boxed{\text{テ}}a^3 + \boxed{\text{ト}}a^2 + \boxed{\text{ナ}}a + \boxed{\text{ニ}})$ である.

(b) $a = 1$ のとき, 点 B での C_1 の接線を ℓ_1, 点 B での C_2 の接線を ℓ_2 とすると, ℓ_1 と ℓ_2 のなす鋭角 θ について $\tan\theta = \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である.

〔 III 〕 (1) 式 $y = \dfrac{\sin\theta\cos\theta - 2\cos^2\theta}{3\cos^2\theta + \sin^2\theta}$ は $\cos 2\theta = s, \sin 2\theta = t$ とおくとき

$$y = \boxed{\text{ノ}} + \frac{t+b}{2(s+a)}$$

と変形される. このとき, $a = \boxed{\text{ハ}}$, $b = \boxed{\text{ヒ}}$ で, 点 A の座標を $(-a, -b)$ とする. 点 A と単位円 $x^2 + y^2 = 1$ 上の点 (s, t) とを結ぶ直線の傾き $\dfrac{t+b}{s+a}$ が最大となるとき, y の値は $\dfrac{\boxed{\text{フ}} + \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である.

(2) 放物線 C : $y = x^2 - 2x + 1$ 上の点 P $(2, 1)$ における C の接線を ℓ_1 とする. ℓ_1 と直交する直線 ℓ_2 が C と点 Q で接している.

(a) 直線 ℓ_2 の方程式は $8x + 16y = \boxed{\text{マ}}$ である.

(b) ℓ_1 と ℓ_2 の交点を R とする. R の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ である.

(c) 直角三角形 PQR の面積を S_1 とし, 線分 PQ と C で囲まれる図形の面積を S_2 とするとき, $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$ である.

〔 IV 〕 (1) $\log_2(x-5)+\log_2(x-7) \leqq 3$ を満たす x の範囲は $\boxed{\text{ヤ}} < x \leqq \boxed{\text{ユ}}$ である.

(2) 赤, 青, 黄の 3 色のカードが各 5 枚ずつ, 計 15 枚ある. 各色のカードにはそれぞれ 1 から 5 までの数が 1 枚ずつ書かれている. この 15 枚の中から同時に 3 枚をとる. 3 枚に書かれている数がすべて同じである確率は $\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$ であり, 3 枚のカードの色がすべて異なり, また数もすべて異なる確率は $\dfrac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$ である.

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を 1 とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2 以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に－5と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
エ	●	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
カ	⊖	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ● ⑧ ⑨ ⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。