

2022 年度入学試験問題

数 学

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ワで44問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ワの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目、受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

- (1) i を虚数単位とする. 実数の定数 a, b について, 3 次方程式 $x^3 - 6x^2 + ax + b = 0$ が $2 + 3i$ を解にもつとき, $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ である. また, この方程式の実数解は $x = \boxed{\text{ウ}}$ である.
- (2) 方程式 $|2x - 1| - |x - 1| = x + 4$ の解は $x = \boxed{\text{エ}}$ である.
- (3) 不等式 $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 18 < 0$ の解は $x > \boxed{\text{オ}}$ である.
- (4) 座標空間において, 中心が点 $(a, 1, 2)$, 半径が 5 の球面が, yz 平面と交わってできる円の半径が 4 であるとき, $a^2 = \boxed{\text{カ}}$ である.
- (5) $\int_1^2 (\sqrt{3}x - 1)^2 dx = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} \sqrt{3}$

〔Ⅱ〕

(1) 3人でじゃんけんをして、負けた人から順に抜けていき、最後まで残った1人を代表者とする。あいこも1回のじゃんけんと数える。

(a) 1回目のじゃんけんで代表者が決まる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(b) 2回目のじゃんけんで代表者が決まる確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(c) 代表者が決まるまでのじゃんけんの回数が4回以上である確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(2) $\triangle ABC$ において、 $AB = 4$ 、 $BC = 6$ 、 $\cos \angle ABC = -\frac{1}{4}$ とする。

(a) $AC = \boxed{\text{ソ}}$

(b) $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(c) $\triangle ABC$ の内接円の半径を r 、外接円の半径を R とすると、

$\frac{r}{R} = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

〔Ⅲ〕

(1) 実数 r を公比とする等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 3 項までの和が 7 で、初項から第 6 項までの和が 63 であるとする。

(a) $a_1 = \boxed{\text{ト}}$, $r = \boxed{\text{ナ}}$

(b) $a_n > 100$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

(c) 数列 $\{a_n\}$ の第 l 項から第 m 項までの和が 4032 となるのは、 $l = \boxed{\text{ヌ}}$,
 $m = \boxed{\text{ネ}}$ のときである。ただし、 $l < m$ とする。

(2) 関数 $f(x) = \log_3(5 - x) + \log_9(x + 7)$ を考える。

(a) $f(1) = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} \log_3 2$, $f(2) = \boxed{\text{ヒ}}$

(b) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{フ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ヘ}} \log_3 2$ をとる。

[IV]

(1) i を虚数単位とし, $z = \sqrt{3} + i$ とする.

(a) $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ と極形式で表すと, $r = \boxed{\text{ホ}}$,

$\theta = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\pi$ となる. ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ とする.

(b) $z^7 = \boxed{\text{ム}}\sqrt{3} + \boxed{\text{メ}}i$

(c) w を虚部が正の複素数とする. 複素数平面上の 3 点 $A(z)$, $B(z^7)$, $C(w)$ が正三角形の頂点となるのは, $w = \boxed{\text{モ}}\sqrt{3} + \boxed{\text{ヤ}}i$ のときである.

(2) 関数 $f(x) = xe^{-\frac{x}{3}}$ を考える.

(a) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ユ}}$ で極大になる.

(b) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点の x 座標は $\boxed{\text{ヨ}}$ である.

(c) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(6, f(6))$ における接線の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{ラ}}x + \boxed{\text{リ}} \right) e^{\boxed{\text{ル}}}$$

である.

(d) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸, および (c) で求めた接線で囲まれた図形の面積は

$$\boxed{\text{レ}} + \boxed{\text{ロ}}e^{\boxed{\text{ワ}}}$$

解答上の注意

問題の文中の などには数値が入ります。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。

3. 分数形 $\frac{\text{}}{\text{}}$ の部分では、既約分数(それ以上約分できない分数)で表し、

分母は必ず正とします。また、この形で整数を表すときには、分母を1とします。

4. 根号の中は、正の整数であって、2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例： に -5 と解答する場合

	符号		10 の 桁		1 の 桁															
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩

に 57 と解答する場合

	符号		10 の 桁		1 の 桁															
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⑩

解答表示例

$\frac{\text{}}{\text{}}$ に $-\frac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{\text{}}{\text{}}$ 、0 の場合には

$\frac{\text{}}{\text{}}$ とします。

$\frac{\text{}}{\text{}} \sqrt{\text{}}$ に $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には

$\frac{\text{}}{\text{}} \sqrt{\text{}}$ とします。

$\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ に $-x^3 - x + 1$ を当てはめる場合には $\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ とします。