M

2021年度　総合型選抜A日程　入学試験問題

数 学

(60分)

注意事項

1．試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。

2．この問題冊子は２ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合には、手を挙げて監督者に知らせてください。

問題・解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。

3．監督者の指示に従って、すべての解答用紙に受験番号、氏名を記入してください。

4．解答は、解答用紙（２枚）に記入してください。

5．筆記用具以外は、使用しないでください。

6．試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

問題は次のページです

〔 I 〕 π の有理数倍ではない θ に対して, $\tan\theta = t$ とする.

(1) $\tan 2\theta$, $\tan 3\theta$, $\tan 4\theta$ のそれぞれを t の分数関数で表しなさい.

(2) 自然数 n に対して, $\tan n\theta$ を t の分数関数で表すとき, 分母の多項式の t^2 の係数を予想し, n の式で書きなさい. ただし, 分母の多項式の定数項は 1 とする. また, 予想した式の証明は不要である.

t の分数関数とは, t の多項式 $f(t)$, $g(t)$ $(g(t) \neq 0)$ を用いて $\dfrac{f(t)}{g(t)}$ と表される関数である. 上の問題では, $f(t)$ と $g(t)$ は共通の因数をもたないとする.

〔 II 〕 次の表は, 8 人に行ったあるテストの点数別の人数である. ただし, a, b は整数である.

点　数（点）	20	10	a	b	計
人　数（人）	3	2	2	1	8

(1) 点数の平均値が 20 点であるとき, a と b の関係式を求めなさい.

(2) 点数の平均値が 20 点, 分散が 47 であるとき, a, b の値を求めなさい.

〔 III 〕　三角形 ABC について AB$=3$, AC$=\sqrt{3}$, $\angle$A $=30^\circ$ が成り立っているとする．点 B から辺 AC を延長した直線に下ろした垂線の交点を D とし，点 C から辺 AB に下ろした垂線の交点を E とする．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の値を求めなさい．

(2)　直線 BD と直線 CE の交点を P とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表しなさい．

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ を示しなさい．

〔 IV 〕

(1)　楕円 $C : x^2 + 2y^2 = 2$ 上の点 $\left(-1, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ における接線 ℓ の方程式を求めなさい．また，ℓ に垂直な C の接線の方程式をすべて求めなさい．

(2)　$\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{i}{\sqrt{2}}\right)^{2020}$ を計算しなさい．ただし，i は虚数単位とする．

(3)　$f(x) = e^{\sqrt{3}x}\sin x$ $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$ の最大値と最小値，および，最大値をとるときと最小値をとるときの x の値をそれぞれ求めなさい．