M—A 2

2019年度入学試験問題

数　学

(90分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ルで41問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ルの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1)　関数 $y = 2x^2 - 8x + \boxed{\text{ア}}$ $(-3 \leqq x \leqq 3)$ の最大値は 10 である.

(2)　△ABC において，AB = 5，BC = 7，CA = $4\sqrt{2}$ のとき，

$\cos B = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である.

(3)　方程式 $16 \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^x - 10 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^x + 1 = 0$ の解は，小さい順に $\boxed{\text{エ}}$，

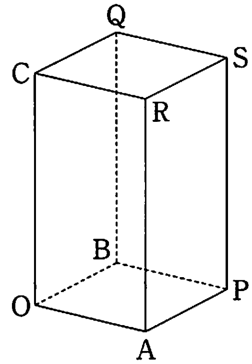
$\boxed{\text{オ}}$ である.

(4)　a は正の定数とする．関数 $y = 2x^3 + 3(1-a)x^2 - 6ax + 16a - 12$ の極小値が正であるような a の値の範囲は $\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$ である.

(5)　17^{13} の 1 の位の数字は $\boxed{\text{ク}}$ である.

〔Ⅱ〕

(1) 右の図のように OA = OB = 1，OC = 2 の直方体 OAPB-CRSQ がある．△OAS の重心を G とする．辺 AR，QS の中点をそれぞれ L，M とし，線分 LM の中点を N とする．



(a) $\overrightarrow{\mathrm{ON}} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$

(b) $\overrightarrow{\mathrm{OG}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{ON}} = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$

(2) 1 から 3 までの数を 1 つずつ書いた赤色のカードが 3 枚，1 から 4 までの数を 1 つずつ書いた白色のカードが 4 枚，1 から 5 までの数を 1 つずつ書いた青色のカードが 5 枚の合計 12 枚のカードから同時に 3 枚のカードを取り出す．

(a) 取り出した 3 枚のカードがすべて異なる色である確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である．

(b) 取り出した 3 枚のカードの数の和が奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である．

〔Ⅲ〕

(1) 自然数 n に対し，n^2 を 13 で割った余りを a_n とする．

(a) $a_5 = \boxed{\text{ナ}}$

(b) a_n がとりうる値のうち，3番目に大きい数は $\boxed{\text{ニ}}$ である．

(c) $a_{2019} = \boxed{\text{ヌ}}$

(2) a は正の定数とする．放物線 $y = -\dfrac{3}{2}x^2 - 2$ は放物線 $y = x^2 + ax + 8$ とただ1つの共有点Pをもつ．

(a) $a = \boxed{\text{ネ}}$

(b) 点Pの座標は $\left(\boxed{\text{ノ}},\ \boxed{\text{ハ}}\right)$ である．

(c) 2つの放物線と y 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ である．

〔Ⅳ〕

(1) p, q は実数の定数とする．3 次方程式 $27x^3 + px + q = 0$ は実数解 $\alpha = \dfrac{2}{3}$ と虚数解 β, γ をもち，$\beta - \gamma = 2i$ とする．ただし，i は虚数単位である．

(a) $\beta + \gamma = \dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$

(b) $|\beta - \alpha| = \sqrt{\boxed{\text{マ}}}$, $\arg \dfrac{\beta - \alpha}{\gamma - \alpha} = \dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}\pi$

ただし，偏角は 0 以上 2π 未満とする．

(c) $p = \boxed{\text{メ}}$, $q = \boxed{\text{モ}}$

(2) 区間 $\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{5}{4}\pi$ において，2 つの曲線 $y = \sin x$ と $y = \cos x$ で囲まれた部分を D とする．

(a) D の面積は $\boxed{\text{ヤ}}\sqrt{\boxed{\text{ユ}}}$ である．

(b) D を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積は

$\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}\pi^2 + \dfrac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}\pi$ である．

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に57と解答する場合

	符号	10 の 桁									1 の 桁									
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。